



Porsgrunn
VIDEREGÅENDE SKOLE

Forskningsoppgave

Vilde 2025

Hvordan påvirker ulike faktorer den maksimale hastigheten man kan kjøre i en sving med?



Navn: Vilde

Klasse: 3stb

Fag: Fysikk 2

Termin & år: 2024/2025

Innhold

Sammendrag	3
Forord	3
1. Innledning	4
1.1. Bakgrunn.....	4
1.2. Avgrensning, problemstilling og disposisjon	4
2. Teori.....	5
2.1. Newtons lover	5
2.2. Krefter.....	7
2.2.1. Gravitasjon og normalkraft.....	7
2.2.2. Friksjon	7
2.3. Sentripetakselerasjon.....	9
2.4. Målusikkerhet.....	12
2.5. Gjennomsnitt og usikkerhet	13
3. Metode.....	14
3.1. Måling av radius	14
3.1.1. Utstyrsliste.....	15
3.1.2. Fremgangsmåte	15
3.2. Måling av friksjonstall.....	15
3.2.1. Utstyrsliste.....	15
3.2.2. Definerer variabler	16
3.2.3. Utføring av variabler.....	17
3.2.4. Forberedelser	20
Velger «force (N)» som y-akse og «time (s)» som x-akse	21
21	
21	
3.2.5. Fremgangsmåte	21
3.3. Kjøring i rundkjøring	22
3.3.1. Utstyrsliste.....	22
3.3.2. Fremgangsmåte	22
4. Resultater	23
4.1. Friksjonstall.....	23
4.1.1. Grov asfalt	24
4.1.2. Is	25

4.2. Måling av radius i rundkjøring.....	26
4.3. Kjøring i rundkjøring.....	27
5. Analyse.....	27
5.1. Beregning av gjennomsnitt, avvik og standardavvik.....	28
5.2. Beregning av sentripetalakselerasjon	32
5.3. Dosering og radius	36
6. Drøfting.....	37
7. Konklusjon.....	39
8. Referanser	40
9. Vedlegg	41

Sammendrag

Det ble i denne oppgaven undersøkt hvordan ulike faktorer påvirker den maksimale hastigheten en bil kan kjøre i en sving med. Det ble tatt for seg problemstillingen «*Hvordan vil friksjonstall, dosering og radius påvirke den maksimale hastigheten en bil kan ha i en sving?*». Oppgaven består av ulike målinger for friksjonstall som lir sammenlagt og regnet med. Friksjonstallet ble målt med en trekloss som hadde gummistrikk med og uten mellomrom, på både asfalt og is som underlag. Asfalt mot gummi hadde betydelig høyere friksjonstall enn is mot gummi, i tillegg til at friksjonstallet økte med mellomrom mellom gummistrikkene. Dosering og radius viste seg at økte den maksimale hastigheten bilen kunne ha i en sving når de selv økte.

Forord

Å jobbe med denne oppgaven har vært vanskelig, men også veldig lærerikt. Jeg har måttet settet meg mer inn i fysikken for å kunne forstå og gjennomføre forsøkene, som jeg vil kunne få nytte av senere. Jeg har også lært hvordan det er å skrive en forskningsoppgave, og vil kunne ta med meg den kunnskapen til senere studier, noe jeg tror få videregående elever kan.

Jeg vil først og fremst takke familie og venner for å ha hjulpet meg med å gjennomføre ulike forsøk, noe som jeg ikke tror jeg kunne klart alene. Jeg vil også takke min fysikklærer Odd Bjørnar Finsådal Andersen, for å både ha kommet med tips og tilbakemeldinger underveis i skrivingen av oppgaven, men også for å ha hjulpet meg med å forstå og tilpasse programkoden.

Vilde Brubakken 08.03.2025

1. Innledning

1.1. Bakgrunn

Hvert år skjer det mange bilulykker i Norge. Ifølge tall fra statistisk sentralbyrå ble 4 256 personer skadet i 2023, 110 av disse omkom. 1 320 av personene som ble skadet ble skadet i singelulykker, blant annet utforkjøring (Statistisk sentralbyrå, 2025). Dette kan for eksempel være at man sklir ut i en sving. Det å skli ut i en sving, er det jeg har valgt å skrive om i denne oppgaven.

Vi vet allerede faktorene som gjør at man sklir ut i en sving når man kjører, men dersom man skal ta hensyn til alle faktorene er det alt for vanskelig å regne på i en forskningsoppgave som baserer seg på videregående fysikk 2 pensum. Jeg har derfor forenklet det veldig slik at personer som har hatt fysikk 2 forstår det, samtidig som at det vil være delvis presist i forhold til hva som vil skje i virkeligheten. Jeg innså derimot at de fleste av oss kjører flere ganger i uken, hvis ikke hver dag. Jeg tenker derfor at det kan være lurt for alle å sette seg inn i hvilke faktorer som påvirker deg når du kjører. Derfor bestemte jeg å gjøre teorien forståelig for personer som aldri har hatt fysikk før ved å gå tilbake til de mest grunnleggende prinsippene i fysikk.

1.2. Avgrensning, problemstilling og disposisjon

Dagens fysikk er et univers av teori som er veldig komplisert. En fysikk 2 elev har dermed bare sett overflaten av hvordan fysikken fungerer. For å kunne gjennomføre oppgaven er det derfor viktig å avgrense og forenkle fysikken. De viktigste faktorene som påvirker en bil i en sving, er farten, radiusen, dosering, og friksjonstallet. Det vil også være andre faktorer som har noe å si, men med tanke på utstyret og kunnskapen jeg har, vil ikke dette være mulig å ta hensyn til. Vi ser bare på sentripetal bevegelse horisontalt, og vil dermed se på bevegelse i bare to dimensjoner.

Problemstillingen jeg skal undersøke i denne oppgaven er: *Hvordan vil friksjontall, dosering og radius påvirke den maksimale hastigheten en bil kan ha i en sving?*

Min hypotese er at en bil kjørende på asfalt vil ha høyere friksjonstall enn en bil kjørende på is, og dermed kunne ha høyere maksimal hastighet. Jeg tror også at mønsteret på dekket vil føre til høyere friksjonstall, men at dette ikke vil ha så mye å si. Både høyere dosering og større radius vil føre til at bilen kan kjøre fortere i en sving.

I første del av oppgaven, vil teorien som man skal kunne trenge for å forstå kreftene som regnes på i analysen, forklares. Både de grunnleggende prinsippene bak krefter og friksjon forklares, samt sentripetal bevegelse og sentripetalkrefter. I tillegg forklares det kort hvordan gjennomsnittet og standardavviket regnes ut, og hvordan målusikkerheten blir sett på. I metoden blir det forklart hvilke forsøk og målinger som gjennomføres, i tillegg til hvilke variabler som testes og fremgangsmåten på å teste dem. I resultatdelen, blir resultatene skrevet ned. I analysen regnes resultatene på ved hjelp av likninger fra teoridelen. Til slutt blir feilkilder drøftet, og det blir laget en konklusjon.

2. Teori

2.1. Newtons lover

For å forstå hvordan objekter er i bevegelse er det først viktig å forstå newtons lover. Isaac Newton levde på 16- og 17-hundretallet og var en engelsk fysiker og matematiker. Han var en av de mest revolusjonerende vitenskapsmennene og grunnla den klassiske fysikken. (Ormestad, 2024)

I fysikken sier vi at vi bruker newtons tre lover, som omhandler sammenhengen mellom kraft og akselerasjon.

De tre lovene han skrev var:

Likning 2-1: $\Delta \vec{v} = 0 \leftrightarrow \vec{F} = 0$

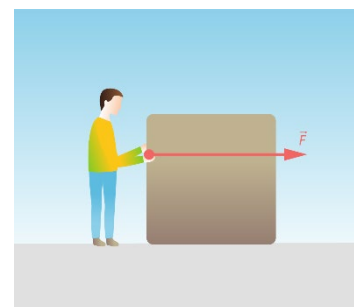
Likning 2-2: $\vec{F} = m\vec{a}$

Likning 2-3: $\vec{F} = -\vec{F}'$

(Ormestad, 2024)

Den første loven tilsier at dersom et legeme ikke endrer på farten sin, altså at farten er konstant, vil summen av kreftene i alle retninger blir null. For eksempel vil summen av kreftene være null hvis man står helt i ro. Eller for eksempel hvis to personer drar i et tau, men tauet har konstant fart i en retning, så vil kreftene til sammen være lik null. Det er derfor i dragkamp det ofte blir vanskeligere dersom tauet allerede har fart i motsatt retning. Nettopp fordi man må ha en større kraft i den andre retningen for å endre på farten.

Den andre loven tilsier at kraften som fungerer på et legeme er massen (m) ganget med akselerasjonen (a). Dette sier oss at kraften varierer av både massen og endringen i farten til legemet. Det betyr at desto tyngre et legeme er, desto mer kraft må man bruke. Og for å akselerere et legeme fortere så må man også ha en større kraft. Vi kan se dette ved at dersom man dytter på to ulike bokser vil den boksen som er tyngst trenge mer kraft for å dyttes like fort som den som er lettere.



Figur 2-1: En person som dytter på en boks med kraften $\vec{F}$

Den siste loven til Newton sier at all kraft må ha en motkraft som fungerer i motsatt retning. Dette er kanskje ikke like lett å forestille seg som de to første lovene, men sier at dersom du utfører en kraft på noe så vil det utføre en lik kraft på deg. Hvis man ser rundt seg så er det faktisk slik all bevegelse fungerer. Når du går, «sparker» du bakover, og bakken dytter deg fremover slik at du beveger deg. Det er enda lettere å se dette på en bil som kjører på grus eller snø. Når hjulene starter å bevege seg dytter de snøen eller grusen bakover, mens bilen blir dyttet fremover.

2.2. Krefter

Når vi har sett på newtons lover lurer du kanskje på hva en kraft er. Krefter er påvirkning på en gjenstand som får bevegelsestilstanden til å endres, altså endre farten til gjenstanden. Slik som vi så i **likning 2-1** så må det fungere en kraft på en gjenstand for å få den til å endre farten.

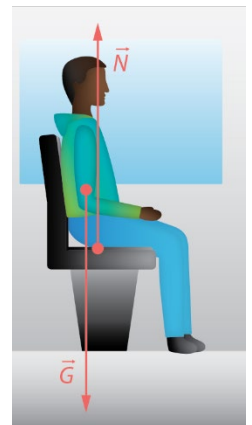
2.2.1. Gravitasjon og normalkraft

Gravitasjonskreftene som fungerer på et legeme vil ut ifra newtons andre lov (**likning 2-2**), være gravitasjonsakselerasjonen ganget med massen:

$$\text{Likning 2-4: } G = gm$$

Siden summen av alle krefter er lik null når et legeme står stille, må det fungere en motsatt lik kraft på legemet, når det fungerer gravitasjonskrefter (som det alltid gjør på jordkloden). Dette kaller vi normalkraften:

$$\text{Likning 2-5: } a = 0 \rightarrow N = G = gm$$



Figur 2-2: Normalkraften $\vec{N}$ og gravitasjonskraften $\vec{G}$ som fungerer på en person som sitter i ro

2.2.2. Friksjon

Den viktigste kraften vi skal se på når en bil kjører i en sving er friksjon. Det vil også fungere luftmotstand, men denne luftmotstanden vil utgjøre svært lite av kreftene som fungerer på en bil (i lavere hastighet). I tillegg ligger luftmotstand, når man regner på en bil som kjører i en sving, utenfor fysikk 2 pensum, så jeg velger å se bort ifra det.

Friksjon er en type kontaktkraft som ofte blir sett på når farten til et legeme sakkes ned, men det kan også brukes for å øke farten til et legeme. For eksempel når du går fra å stå stille til å løpe må du bruke friksjon. Friksjon ifølge Kraft 1 er mikroskopiske hindringer mellom objektet og underlaget (Fossum, Sandtstad, Bergli, Dellnes, & Myhrehaugen, 2021).



Figur 3: Friksjon mellom to overflater (Fossum, Sandtstad, Bergli, Dellnes, & Myhre, 2021)

Vi definerer friksjonskraften som:

$$\text{Likning 2-6.1: } R = \mu N$$

Dersom friksjonskraft er den eneste kraften som fungerer i y-retning (horisontalt), og legemet ikke har en akselerasjon i x-retning (vertikalt) får vi ved å sette **likning 2-5** og **likning 2-2** inn i **likning 6.1**:

$$\text{Likning 2-6.2: } ma = \mu mg$$

R er friksjonskraften, N er normalkraften, og μ er friksjonstallet.

Ifølge **likning 2-6.2** er normalkraften lik gravitasjonskraften når vi ikke endrer farten vår oppover og nedover. Friksjonskraften vil derfor variere av massen til et legeme, friksjonstallet, og gravitasjon akselerasjonen som vi setter som $9,81 \text{ m/s}^2$ på jordkloden.

Friksjon tallet ligger på et sted mellom 0 og 1 og varierer ut ifra overflaten på de to flatene som er i kontakt med hverandre. Stålen på skøyter mot is har vanligvis et friksjonstall mellom 0,01 og 0,1 mens gummi mot asfalt har vanligvis et friksjonstall på ca 0,7. Det er derfor man sklir bra med skøyter på is, men ikke så veldig bra med sko på asfalt.

Det er også derfor man lager veier av asfalt og har gummi på dekkene. Friksjonstallet mellom is og gummi ligger mellom 0,1 og 0,15 som er mye mindre enn mellom gummi og asfalt. Så når

man sier at man har mindre veigrep når det er glatt, sier man egentlig at man har mindre friksjon mellom bilen og bakken.

2.3. Sentripetakselerasjon

For å se videre på kreftene som fungerer når man kjører en bil i en sving er det viktig å forstå sentripetalakselerasjon. Sentripetalakselerasjon er noe som beveger seg en sirkelbane eller i en tilnærmet sirkelbane. Vi har både horisontale og vertikale sirkel baner. Vi skal se på horisontal sirkelbane. (Fossum, Sandstad, Bergli, Dellnes, & Myhrehagen, 2022)

Vi definerer tiden et legeme bruker rundt en sirkel som farten delt på omkretsen:

$$\text{Likning 2-7: } T = \frac{v}{2\pi r}$$

T er perioden, v er farten, og r er radiusen.

I sirkelbevegelse snakker vi også om vinkelfart. Det handler ikke om hvor fort et legeme beveger seg over en lengde, men farten den har rundt en sirkel. Man kan se på det som hvor fort en minuttviser går rundt en analog klokke. Selv om tuppen av minuttviseren vil ha ulik fart på Big Ben og på et armbåndsur, vil minuttviseren alltid bruke 60 minutter på å gå 360 grader rundt klokken, og dermed blir vinkelfarten alltid 6 grader per minutt på en minuttviser.

Vi definerer vinkelfart:

$$\text{Likning 2-8: } \omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{\theta}{t} = \frac{2\pi}{T}$$

Som gir oss

$$\text{Likning 2-9: } \theta = \omega t$$

θ er vinkelen, ω er vinkelfarten, og t er tiden.

Dersom vi setter **Likning 2-7** inn i **Likning 2-8** får vi:

$$\textbf{Likning 2-10 } \omega = \frac{v}{r}$$

Vi definerer akselerasjonen som funksjon av tid som:

$$\begin{aligned}\vec{a}(t) \\ &= \vec{v}'(t) \\ &= \vec{r}''(t) \\ &= [x(t), y(t)]'' \\ &= [r * \cos(\theta), r * \sin(\theta)]''\end{aligned}$$

Ved å sette **Formel 2-9** inn får vi:

$$\begin{aligned}[r * \cos(\omega t), r * \sin(\omega t)]'' \\ &= -\omega^2 \vec{r}(t)\end{aligned}$$

Som gjør at:

$$a = |-\omega^2 \vec{r}(t)| = \omega^2 r$$

Dersom vi setter inn **Likning 2-10** for vinkelfart får vi:

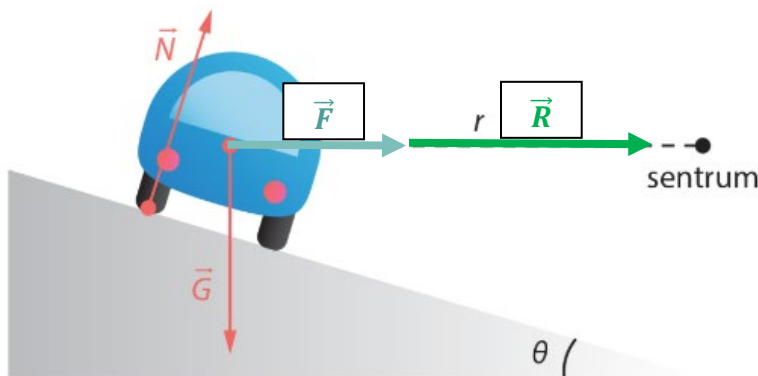
$$\textbf{Likning 2-11 } a = \frac{v^2}{r}$$

(Fossum, Sandstad, Bergli, Dellnes, & Myhrehagen, 2022)

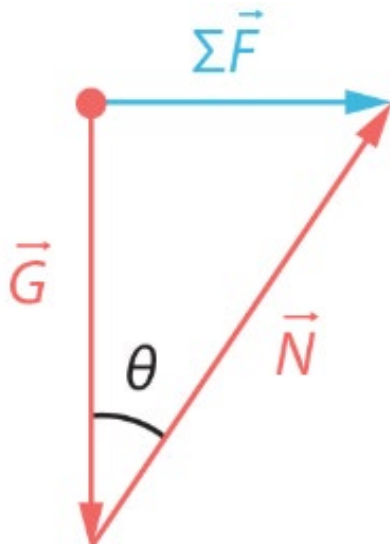
Vi vet at den eneste kraften som holder en bil på vegen i en sving er friksjonskraften. Da får vi:

$$\text{Likning 2-12: } R = \frac{mv^2}{r}$$

Dersom man kjører i en dosert sving vil friksjonskraften bare være en del av kraften som holder bilen i sirkelbanen. Vi må derfor dele på cosinus av vinkelen mellom horisonten og vinkelen på bakken der bilen kjører for å finne den nye normalkraften. I tillegg må vi legge til en ekstra kraft som kommer av at normalkraften dytter bilen litt til siden.



Figur 2-3: Bilde av kreftene som fungerer på en bil (Fossum, Sandstad, Bergli, Dellnes, & Myhrehagen, 2022)



Figur 2-4: Forholdet mellom krefter i en dosering, normalkraft og gravitasjonskraft. (Fossum, Sandstad, Bergli, Dellnes, & Myhrehagen, 2022)

Likning 2-13: $F_{totalt} = R + F = N * \mu + F = \frac{G}{\cos(\angle)} * \mu + G * \tan(\angle)$

$$= \frac{g * m}{\cos(\angle)} * \mu + g * m * \tan(\angle)$$

(Fossum, Sandstad, Bergli, Dellnes, & Myhrehagen, 2022)

2.4. Målusikkerhet

Det er viktig å ta hensyn til målusikkerhet i beregninger. I **figur 2-5** under kan man se tre eksempler på nøyaktighet på resultater i et forsøk. På den første er svarene veldig ulike som skyldes grove feil. På den andre er svarene mye mer nøyaktige og det er bare små tilfeldige feil som skiller dem. På den siste ser også målingene nøyaktige ut, men de er alle langt fra det riktige svaret. Dette skyldes systematiske feil, der man har gjort lik feil på alle målingene.



Figur 2-5: Målusikkerhet (Fossum, Sandstad, Bergli, Dellnes, & Myhrehagen, 2022)

2.5. Gjennomsnitt og usikkerhet

Det er viktig å ha mange målinger når man forsker på noe for at det skal være større sannsynlighet for at svaret er riktig. For å regne ut gjennomsnittet av målinger tar man summen av alle målingene og deler det på antall målinger.

Det varierer ofte hvor nøyaktig gjennomsnittet er, så for å se på nøyaktigheten, regner man ofte på avviket eller standardavviket.

Avviket er den største målingen minus den minste målingen delt på to. Og man skriver ofte gjennomsnittet som $\pm$ avviket.

For å få et mer nøyaktig avvik regner man ofte på standardavvik, som er summen på avviket fra gjennomsnittet på hver av målingene delt på antall målinger, for å gi et gjennomsnittlig avvik.

Dette tas ofte med i beregninger for å se bort fra ekstreme tilfeller som gjør at avviket blir mye større eller mindre.

Standardavviket er definert som:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (v_i - v)^2}$$

Vi bruker et python program laget av kraft 2 til å regne på usikkerhetene.

3. Metode

Friksjonstallet mellom asfalt og gummi kunne jeg funnet på nettet, men siden jeg finner det ut selv gjennom et forsøk bruker jeg kvantitativ metode. Jeg bruker også kvantitativ metode til å regne ut radiusen av en liten rundkjøring som jeg skal bruke som eksempel i analysen.

3.1. Måling av radius

For å ha en sirkelbane jeg kan ta utgangspunkt i, i analysen, velger jeg å måle radiusen på en rundkjøring.

(Denne målingen ble gjort i en liten rundkjøring, på et lite trafikkert område og på et tidspunkt da det ofte er få biler som kjører. I tillegg ble det hele tiden fulgt med fra alle sider at det ikke kom biler, slik at målingen skulle bli gjennomført trygt.)



Figur 3-1: Bilde av rundkjøringen målingen ble tatt fra

3.1.1. Utstysrliste

- Gavebånd
- Målebånd
- Rundkjøring
- Saks

3.1.2. Fremgangsmåte

- Følger med fra alle sider at det ikke kommer biler
- En person tar tak i enden av gavebåndet og steller seg på midten av bilsporet.
- Den andre personen tar den andre enden og steller seg på midten av bilsporet på motsatt side av rundkjøring.
- Båndet holdes stramt og deretter klippes av.
- Båndet måles med et målebånd og noteres.

3.2. Måling av friksjonstall

3.2.1. Utstysrliste

- Trekloss med krok
- Pc med programmet PASCO Capstone
- Asfalt underlag
- Kraftmåler
- Gummistrikk
- Is underlag
- To små vekter



Figur 3-2: Bilde av kraftmåler og to små vekter som brukes i forsøket

3.2.2. Definerer variabler

Avhengige variabler	Underlag, mellomrom mellom gummistrikk på trekloss, vekt
Uavhengige variabler	Friksjonstall og friksjonskraft
Kontrollerte variabler	Fart

Tabell 3-1 Definer variabler

Blant de avhengige variablene er det bare underlaget og mellomrommet mellom gummistrikk vi er interesserte i for å beregne friksjonstallet. Dette er fordi at ifølge **likning 6.2** vil friksjonskraften øke med massen, men vi må også dele på massen for å regne ut friksjonstallet, og dermed skal den i teorien ikke ha noe å si. Grunnen til at massen blir variert under forsøkene er for å identifisere avvik og andre faktorer som påvirker resultatene, som gir et mer pålitelig resultat.

Farten har ikke noe å si når den er konstant, men det er viktig å kontrollere den for at vi ikke skaper en akselerasjon. Dette vil gjøre at resultatet blir feil.

De uavhengige variablene er de er resultatene som er målet med forsøket.

3.2.3. Utføring av variabler

3.2.3.1. Grov asfalt

	Mellomrom mellom gummistrikk		Vekt (kg)		
Forsøk	Uten mellomrom	Med mellomrom	0,122	0,343	0,564
1	X		X		
2	X		X		
3	X		X		
4	X			X	
5	X			X	
6	X			X	
7	X				X
8	X				X
9	X				X
10		X	X		

11		X	X		
12		X	X		
13		X		X	
14		X		X	
15		X		X	
16		X			X
17		X			X
18		X			X

Tabell 3-2 Utføring av vabler på grov asfalt

3.2.3.2. Is

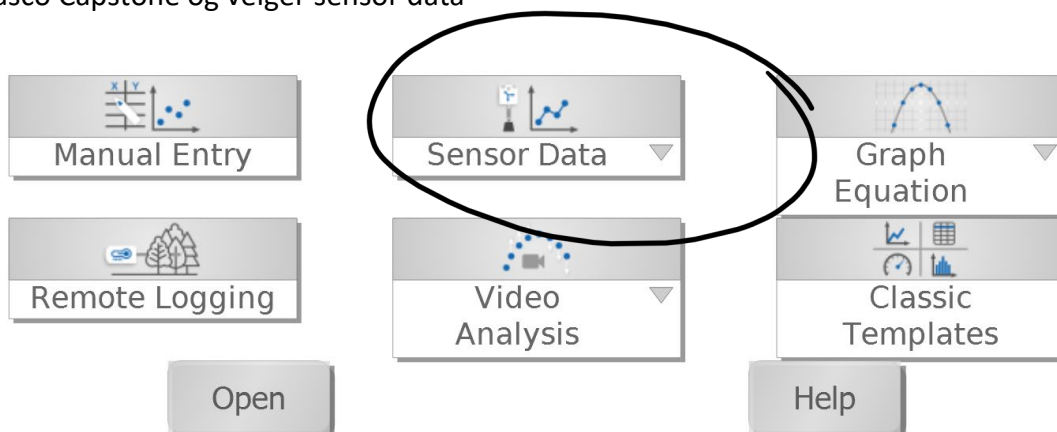
Forsøk	Mellomrom mellom gummistrikk		Vekt (kg)		
	Uten mellomrom	Med mellomrom	0,122	0,343	0,564
1	X		X		
2	X		X		
3	X		X		
4	X			X	
5	X			X	

6	X			X	
7	X				X
8	X				X
9	X				X
10		X	X		
11		X	X		
12		X	X		
13		X		X	
14		X		X	
15		X		X	
16		X			X
17		X			X
18		X			X

Tabell 3-3 Utføring av variabler på is

3.2.4. Forberedelser

Åpner Pasco Capstone og velger sensor data



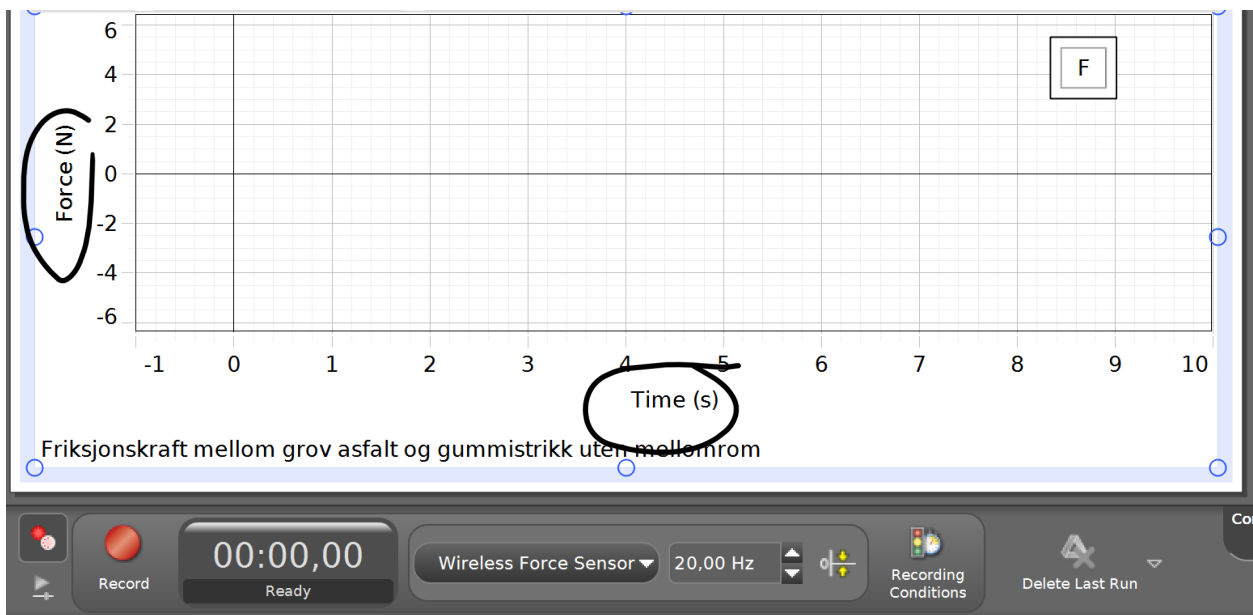
Figur 3-1 Skjermdump av Pasco Capstone

Plugger inn og kobler til «wireless force acceleration»



Figur 3-2 Skjermdump av Pasco Capstone under «hardware setup»

Velger «force (N)» som y-akse og «time (s)» som x-akse



Figur 3-3 Skjermdump av Pasco Capstone

3.2.5. Fremgangsmåte

- Trer 5 gummistrikk rundt treklossen slik at de sitter stramt på med ingen mellomrom mellom seg
- Fester treklossen til en kraftmåler
- Klikker på record på pasco capstone
- Drar treklossen med gummistrikk uten mellomrom over asfalt med konstant fart
 - Gjentar til sammen tre ganger uten vekt
 - Gjentar tre ganger med liten vekt
 - Gjentar tre ganger med to små vekter
- Gjentar med asfalt mot gummistrikk med mellomrom
- Gjentar med is mot gummistrikk uten mellomrom
- Gjentar med is mot gummistrikk med mellomrom
- Noterer ned alle resultatene

3.3. Kjøring i rundkjøring

Vi vil ikke kunne få noen nyttige tall fra å beregne kraften som fungerer på en bil som kjører i en rundkjøring, dersom man skal gjøre det på en trygg måte (forklares i drøfting). Men for å få et inntrykk av hvordan man vanligvis kjører i en rundkjøring, testet jeg det med rundkjøringen fra målingene i 3.1.

3.3.1. Utstysliste

- Volvo XC60
- Rundkjøring

3.3.2. Fremgangsmåte

- Kjører i rundkjøring slik man ville gjort dersom det var is, og følger med på farten
- Kjører i rundkjøring slik man vanligvis ville gjort, og følger med på farten
- Kjører i rundkjøring litt fortere enn vanlig, og følger med på farten
- Kjører i rundkjøring det forteste man ville gjort samtidig som det føles trygt, og følger med på farten.
- Noter ned alle fartene

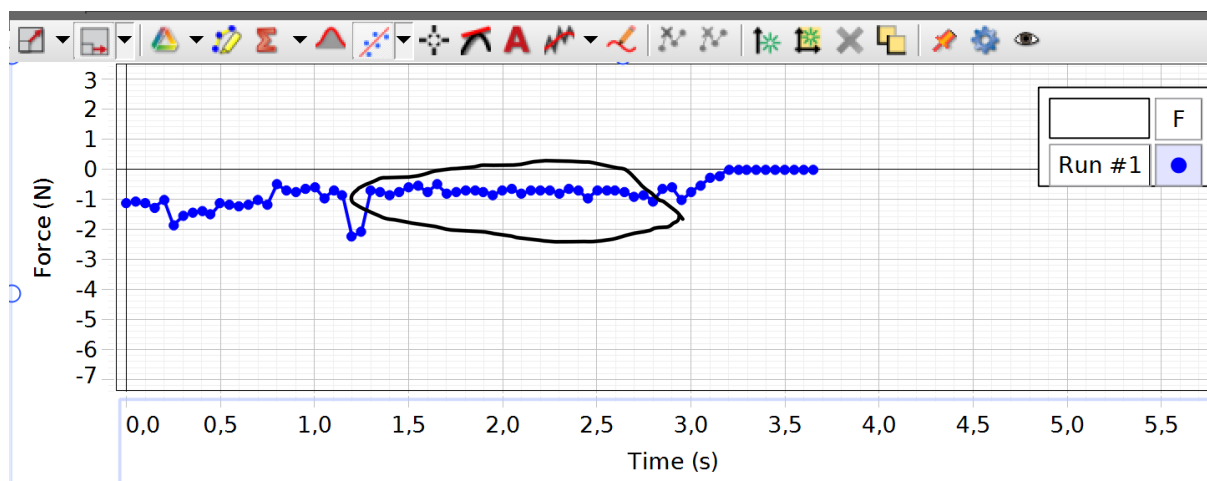
4. Resultater

4.1. Friksjonstall

Resultatene fra capstone gir oss friksjonskraften. Det ble gjort tre forsøk med tre ulike vekter mellom de ulike overflatene, som gir 9 resultater til å beregne friksjonskraften på hver av dem. Totalt ble det 36 måling på de fire ulike friksjonene mellom overflatene.

For å få riktig friksjonskraft er det viktig å ha konstant fart. Dette er fordi når man konstant drar med en kraft vil legemet enten få høyere eller lavere fart, unntatt når kraften er lik motkraften, altså kraften man drar med er lik friksjonskraften. Dersom legemet sakker ned eller får høyere fart vil det påvirke resultatene og gi oss feil svar. Ved konstant fart blir glidefriksjonen funnet.

I **figur 4.1** ser man et område der friksjonen flater seg litt ut. Det er dette området vi er ute etter å se på.



Figur 4.1 eksempel på hvilke tall som hentes ut fra et forsøk. Ignorer at friksjonskraften har negativt fortegn, dette har bare noe med om kraftmåleren dyttes eller dras, og friksjonskraften hadde blitt like stor positivt også. Derfor endrer vi bare på fortegnet i resultatene.

Friksjonstallet blir beregnet med hjelp av **formel 2-6.1 og 2-6.2**. Da deles friksjonskraften på normalkraften, altså deles friksjonskraften på massen og på gravitasjonsakselerasjonen.

4.1.1. Grov asfalt

	Mellomrom mellom gummistrikk		Vekt (kg)			Resultater	
Forsøk	Uten mellomrom	Med mellomrom	0,122	0,343	0,564	Friksjonskraft (N)	Friksjontall (μ)
1	X		X			0,9	0,75
2	X		X			1,0	0,84
3	X		X			1,0	0,84
4	X			X		2,8	0,83
5	X			X		2,7	0,80
6	X			X		2,9	0,86
7	X				X	4,2	0,76
8	X				X	4,2	0,76
9	X				X	4,3	0,78
10		X	X			1,1	0,92
11		X	X			1,1	0,92
12		X	X			1,1	0,92

13		X		X		3,1	0,92
14		X		X		3,3	0,98
15		X		X		3,3	0,98
16		X			X	5,1	0,92
17		X			X	4,9	0,89
18		X			X	4,9	0,89

Tabell 4-1 friksjonskraft og friksjonstall på grov asfalt

4.1.2.Is

Forsøk	Mellomrom mellom gummistrikk		Vekt (kg)			Resultater	
	Uten mellomrom	Med mellomrom	0,122	0,343	0,564	Friksjonskraft (N)	Friksjontall (μ)
1	X		X			0,3	0,25
2	X		X			0,2	0,17
3	X		X			0,2	0,17
4	X			X		0,5	0,15
5	X			X		0,5	0,15
6	X			X		0,6	0,18
7	X				X	1,0	0,18

8	X				X	1,1	0,20
9	X				X	0,8	0,14
10		X	X			0,7	0,59
11		X	X			0,6	0,50
12		X	X			0,7	0,59
13		X		X		1,5	0,45
14		X		X		1,7	0,51
15		X		X		1,7	0,51
16		X			X	2,7	0,49
17		X			X	2,8	0,51
18		X			X	2,7	0,49

Tabell 4-2 friksjonskraft og friksjonstall på is

4.2. Måling av radius i rundkjøring

Diameteren ble målt til å være 1404 cm=14,04 meter. Vi er interessert i radiusen som man får ved å dele diameteren på to.

Radiusen blir da 7,02 m.

Denne radiusen ble målt i en tilsynelatende liten rundkjøring i en 40-sone.

4.3. Kjøring i rundkjøring

Dersom det hadde vært is	10 km/t
Kjører vanlig	19 km/t
Litt fortere enn vanlig	25 km/t
Forteste man ville gjort når det fortsatt føles trygt	31 km/t

Tabell 4-3: Resultater fra kjøring i rundkjøring

Disse målingene ble gjort da det var veldig tørt. Farten ble mest fulgt med på når bilen svinger og ikke kjører inn eller ut i rundkjøringen. Når det kommer til de siste to målingene kjenner man godt sentripetalakselerasjonen, og det føles litt ut som at man kommer til å miste veigrep med så stor fart, selv om det er lavere fart enn fartsgrensen. Veigrepet ble aldri mistet i løpet av målingene.

5. Analyse

Allerede før beregning av standardavvik og gjennomsnittet på målingene, ser man i **tabell 4.1** og **4.2** at asfalt gir høyere friksjonstall enn is, og mellomrom mellom strikken gir høyere friksjonstall enn ikke mellomrom. Det er tallene 1-9 i **tabell 4.1** som brukes til å beregne friksjonen mellom asfalt og ingen mellomrom. Tallene 10-18 i **tabell 4.1** brukes til å beregne friksjonen mellom asfalt og mellomrom mellom strikkene. Tallene 1-9 i **tabell 4.2** brukes til å beregne friksjonen mellom is og ingen mellomrom. Tallene 10-18 i **tabell 4.2** brukes til å beregne friksjonen mellom asfalt og mellomrom mellom strikkene.

5.1. Beregning av gjennomsnitt, avvik og standardavvik

For å regne ut gjennomsnittet avviket og standardavviket, tar vi utgangspunktet i et program i kraft 2 (ligger i vedlegg). Både avviket, som gir oss høyeste verdi minus laveste, og standardavvik som er gjennomsnittlig avvik regnes ut, dette er for å se om svarene er nøyaktige eller ikke. I tillegg regnes relativt avvik og standardavvik ut, for å se hvor mye avviket er relativt til størrelsene på målingene. Da får vi:

Grov asfalt uten mellomrom mellom strikk	
Gjennomsnitt	0,80
Avviket	0,055
Standardavviket	0,039
Relativt avvik	6,9%
Relativt standardavvik	4,9%

Tabell 5-1 resultater fra beregning av gjennomsnitt, avvik, og standardavvik i python.

Grov asfalt med mellomrom mellom strikk	
Gjennomsnitt	0,93
Avviket	0,045
Standardavviket	0,031
Relativt avvik	4,9%
Relativt standardavvik	3,3%

Tabell 5-2 resultater fra beregning av gjennomsnitt, avvik, og standardavvik i python.

Is uten mellomrom mellom strikk	
Gjennomsnitt	0,18
Avviket	0,055
Standardavviket	0,031
Relativt avvik	31%
Relativt standardavvik	18%

Tabell 5-3 resultater fra beregning av gjennomsnitt, avvik, og standardavvik i python.

Is med mellomrom mellom strikk	
Gjennomsnitt	0,52
Avviket	0,070
Standardavviket	0,044
Relativt avvik	14%
Relativt standardavvik	8,4%

Tabell 5-4 resultater fra beregning av gjennomsnitt, avvik, og standardavvik i python.

Ut fra tabellene ser vi at tallene for friksjonskraft på asfalt er veldig nøyaktige, men på å se på relativt avvik så er ikke målingene like nøyaktige på is, men nøyaktige nok til at man kan tenke seg at det er tilfeldige feil som utgjør forskjellene og ikke grove feil. Siden dette er tall som stemmer ganske overens med hva jeg tenkte friksjons-tallene skulle bli, tror jeg det ikke er noen systematiske feil heller.

Det gir oss gjennomsnittet med standardavvik:

Friksjonstall mellom asfalt og gummi uten mønster	$0,80 \pm 0,04$
Friksjonstall mellom asfalt og gummi med mønster	$0,93 \pm 0,03$
Friksjonstall mellom is og gummi uten mønster	$0,18 \pm 0,03$
Friksjonstall mellom is og gummi med mønster	$0,52 \pm 0,04$

Figur 5-5: Tabell sammendrag av gjennomsnitt og standardavvik

Hvis vi setter dette inn i excel får vi et søylediagram som kan sammenlikne dem.



Diagram 5-1: Diagram av friksjonstallet mellom ulike overflater

Her kan vi se at det er betydelig høyere friksjonstall mellom asfalt og gummi, enn mellom is og gummi. Vi ser også at dersom det er mellomrom mellom gummistrikkene vil også friksjonstallet bli høyere. Dette ser vi spesielt at vi utgjøre en stor forskjell på isen. Tallene er ganske som forventet, men jeg trodde ikke mønsteret på gummien skulle gjøre så stor forskjell på friksjonstallet. Dette sier oss at det kan være veldig farlig å kjøre på isen med slitte dekk uten noe særlig mønster.

5.2. Beregning av sentripetalakselerasjon

Ved å bruke **Likning 2-12** for sentripetalakselerasjon og antar at friksjonskraft er den eneste som fungerer får vi likningen:

$$\text{Likning 5-1: } R = \frac{mv^2}{r}$$

Vi bruker denne likningen til å få en likning for farten.

$$\frac{mv^2}{r} = R$$

$$\frac{rmv^2}{rm} = \frac{Rr}{m}$$

$$v^2 = \frac{Rr}{m}$$

$$\sqrt{v^2} = \sqrt{\frac{Rr}{m}}$$

$$v = \sqrt{\frac{Rr}{m}}$$

Setter **likning 2-6** for friksjonskraft inn

$$v = \sqrt{\frac{\mu g m r}{m}}$$

$$v = \sqrt{\mu g r}$$

Setter verdiene for friksjonstallene og radiusen oppgitt inn i likningen:

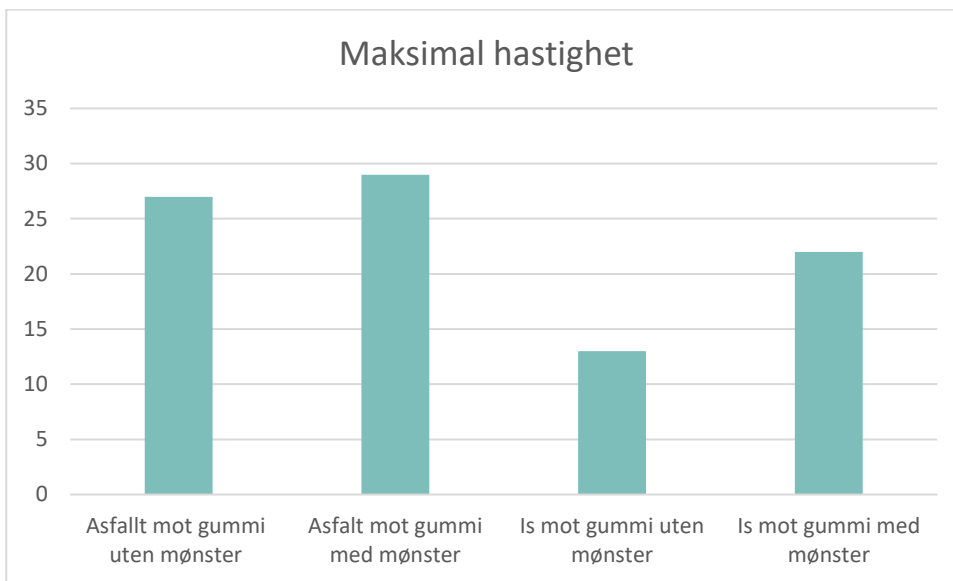
$$\begin{aligned} v_{\text{asflat mot gummi uten mønster}} &= \sqrt{\mu_{\text{asfalt mot gummi uten mønster}} * g * r} \\ &= \sqrt{0,80 * 7,02\text{m} * 9,81\text{m/s}^2} = 7,42 \text{ m/s} = 26,7\text{km/t} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v_{\text{asflat mot gummi med mønster}} &= \sqrt{\mu_{\text{asfalt mot gummi med mønster}} * g * r} \\ &= \sqrt{0,93 * 7,02\text{m} * 9,81\text{m/s}^2} = 8,00 \text{ m/s} = 28,8\text{km/t} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v_{\text{is mot gummi uten mønster}} &= \sqrt{\mu_{\text{is mot gummi uten mønster}} * g * r} = \sqrt{0,18 * 7,02\text{m} * 9,81\text{m/s}^2} \\ &= 3,52 \text{ m/s} = 12,7\text{km/t} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v_{\text{is mot gummi med mønster}} &= \sqrt{\mu_{\text{is mot gummi med mønster}} * g * r} = \sqrt{0,52 * 7,02\text{m} * 9,81\text{m/s}^2} \\ &= 5,98 \text{ m/s} = 21,5\text{km/t} \end{aligned}$$

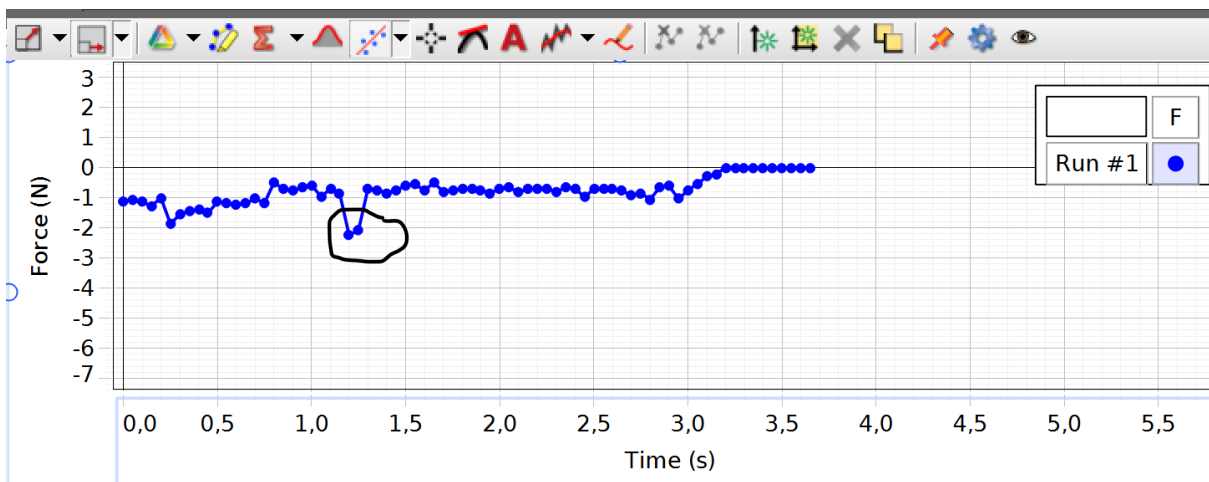
Vi setter dette inn i en tabell for å sammenlikne dem og bruker excel til å lage et søylediagram.



Figur 5-2: Diagram av maksimale fart ved friksjonstall mellom ulike overflater

Vi kan se at den maksimale farten man kan kjøre i en rundkjøring stemmer overens med friksjonstallet vi fikk i **Diagram 5-1**. Det som derimot er litt overraskende er hvordan asfalt mot gummi med mønster har en maksimal hastighet på under 30 km i timen, når det gikk fint å kjøre over 30 km i timen ut ifra resultatene fra **4-3**. Det er selvfølgelig viktig å notere seg at både gummien, og mønsteret på dekkene kontra strikkene på treklossen vil være ganske forskjellig. I tillegg så er dette den maksimale farten ut ifra glidefriksjonen. Og siden hjulene ikke skrenset eller spant, og heller «fulgte bakken» så skludde ikke hjulene noe på asfalten fra før av, og den maksimale friksjonen vil heller være hvilefriksjonen. Som vil være litt høyere enn glidefriksjonen.

Dette kan vi se med å gå tilbake til **Figur 4-1**. Der kan man se at friksjonskraften «hopper» litt før det oppnås glidefriksjon. Dette vil være hvilefriksjonskraften. Det er derimot vanskelig å finne frem til riktig hvilefriksjon ved et forsøk, siden den varer over en veldig kort periode. Som man ser på **Figur 5-1** er det bare to punkter som måler rundt der den maksimale hvilefriksjonen er. Dermed måtte man hatt et mer nøyaktig måleverktøy for å få noen nøyaktige verdier for hvilefriksjon.



Figur 5-1 hvilefriksjonskraft

I tillegg er det noen situasjoner der glidefriksjonen vil utgjøre den maksimale farten man kan ha når man kjører i en sving. Dette er for eksempel hvis du bråbrems og hjulene låser seg, eller at man gasser veldig på slik at hjulene spinner. Dette gjør at hjulene ikke følger bakken og vil allerede gli på bakken. I tillegg er det ikke sikkert at hvilefriksjonen alltid er veldig mye større enn glidefriksjonen, så får å være på den sikre siden, vil det alltid være gunstig å holde seg godt under glidefriksjonen for å unngå å skli en sving. Det vil nok derfor ikke være så lurt å kjøre over 30 km/t i en liten rundkjøring i en 40-sone.

Hvis vi ser på den maksimale farten man kan ha i en rundkjøring på isen er dette enda lavere enn jeg forventet. Dersom man kjører med slitte dekk uten noe særlig mønster vil man ikke kunne kjøre noe fortere enn 13 km/t ut ifra **Graf 5-2**. Det kan derfor være lurt som vi gjorde ut ifra tallene i **4-3**, som var å kjøre i rundt 10 km/t. Disse svarene forteller oss også nødvendigheten i gode vinter-dekk med dypt mønster, da den maksimale farten nesten dobler seg når man har mønster i gummien.

5.3. Dosering og radius

I en rundkjøring er det som oftest ikke dosering, men en del nye veger har det. Det kan derfor være lurt å reflektere over forskjellen på maksimale farten på en sving med og uten dosering. Dette er for å være klar over at man kan ikke kjøre like fort på en gammel landeveg uten dosering, som en ny motorveg med dosering, selv om de har lik radius.

For å finne den maksimale farten i en sving med dosering tar vi utgangspunkt i **Likning 2-13** og **Likning 5-1**:

$$F_{totalt} = R + F = \frac{mv^2}{r}$$

$$\frac{rmv^2}{rm} = \frac{Rr}{m} + \frac{F * r}{m}$$

$$v^2 = \frac{N * \mu * r}{m} + \frac{G * \tan(\angle) * r}{m}$$

$$\sqrt{v^2} = \sqrt{\frac{g * m * \mu * r}{m * \cos(\angle)} + \frac{g * m * \tan(\angle) * r}{m}}$$

$$v = \sqrt{\frac{g * \mu * r}{\cos(\angle)} + (g * \tan(\angle) * r)}$$

Dersom vi tar utgangspunkt i friksjonstallet mellom asfalt og gummi med mønster, radius på 7,02 meter for å sammenlikne med svar fra **5.2**, og en dosering på 15° får vi:

$$v = \sqrt{\frac{9,81m/s^2 * 0,93 * 7.02m}{\cos(15)} + (9.81m/s^2 * \tan(15) * 7.02m)} = 9,20m/s = 33,14km/t$$

I en liten rundkjøring vil den maksimale farten gå fra 28,8 til 33,14. Dette er ikke en veldig stor forskjell. Men kan ha noe å si på om man sklir ut eller ikke.

Dersom vi øker radius til for eksempel 30 meter vil dette også gjøre en forskjell.

Den maksimale farten uten dosering dersom vi tar utgangspunkt i asfalt mot gummi med mønster, vil være:

$$v = \sqrt{\mu r g}$$
$$= \sqrt{0,93 * 30m * 9.81m/s^2} = 16,5m/s = 59,6km/t$$

Dette er betydelig høyere enn i en liten rundkjøring. Det er derfor veldig viktig å tenke over at man må sakke ned farten mye mer i en brå sving, enn det man trenger i en sving som har mye større radius.

6. Drøfting

Det er mange feilkilder som har spilt inn når de ulike forsøkene har blitt gjort, og under beregningene. Dette kan påvirke svarene i stor grad. Jeg har også tatt noen antydninger for å ta «snarveger» som gjør at svarene ville vært annerledes i en oppgave som hadde blitt gjort mer nøyaktig.

Den første feilkilden kommer av det at jeg valgte å finne friksjonstallet på en tregloss med gummistrikk, i stedet for en faktisk bil, som hadde vært mer nøyaktig.

Jeg hadde egentlig tenkt å ta en test der jeg sjekket kreftene som fungerte på en bil når man kjørte i en sving, men jeg fant raskt ut at det ikke var mulig å finne friksjonstallet på den måten. Det er fordi som jeg forklarte i teorien i 2.4, regner man ut friksjonstallet av å se på når noe ikke lenger «sitter fast» i bakken. For å se størst kraft friksjonen kunne dannet slik at bilen holder seg inne i sirkelbanen, måtte man funnet ut når bilen sklir ut.

Dermed hadde den eneste muligheten for å teste friksjonskraften gjennom å faktisk kjøre, vært

ved å se på friksjonskraften i det bilen sklir ut av sirkelbanen. Siden jeg ikke ville påføre meg selv eller bilen noen skader så sier det seg selv at dette ikke var en mulighet.

Det hadde vært mulig å sjekke friksjonstallet mellom asfalt og et dekk, men jeg fant ikke en bra løsning å finne ut dette, siden kraftmåleren jeg har tilgang på har et maksimum på 50 Newton. I tillegg fant jeg ikke en løsning på å feste dekket til kraftmåleren. Alternativet ble da å sjekke friksjonstallet mellom asfalt og gummistrikk, siden dette er laget av samme materiale. Jeg har dermed antatt at friksjonstallet her vil være likt, men det kan jeg ikke garantere.

Det som også er viktig å notere seg er hvordan jeg fant ut av glidefriksjon i stedet for hvilefriksjon. Slik som forklart i analysen i **5-2** så hadde hvilefriksjonen vært mer riktig å finne ut av, for å regne på den maksimale farten. Det hadde derimot blitt vanskeligere, så jeg valgte å bare regne på glidefriksjonen, for å heller få mer nøyaktige svar.

I tillegg har jeg valgt å sett bort ifra luftmotstand, som gjør at kreftene jeg beregner på i teorien, vil ikke være de eneste kreftene som fungerer i praksis. Grunnen til at jeg valgte å se bort ifra luftmotstand, er fordi det hadde blitt ekstremt komplisert å regne på, og det ligger utenfor fysikk 2 pensum å kunne gjøre det.

Jeg fant ingen bra kilder på nettet som sa noe om vanlig dosering i svinger bygget på nye veger, så jeg bare gjettet på 15 grader. Dette kan være en stor feilkilde, dersom de fleste svinger har mye lavere eller høyere dosering enn 15 grader.

7. Konklusjon

Friksjonstallet mellom ulike flater ble undersøkt, og vi fikk vite at friksjonstallet øker, og dermed øker den maksimale farten vi kan ha, med asfalt og med at man har mønster i gummien. Det som kom litt uforventet var hvordan mønster i gummien har veldig mye å si når man kjører på isen. Dette sier oss at det er utrolig viktig å kjøre med vinterdekk når det er glatt ute. For å utforske problemstillingen «*Hvordan vil friksjontall, dosering og radius påvirke den maksimale hastigheten en bil kan ha i en sving?*» mer, ble det funnet ut med beregninger at den maksimale hastigheten en bil kan kjøre med i en sving øker både med dosering og med radiusen. Alle disse faktorene er derfor veldig viktig å tenke over når man er ute å kjørre for å unngå at det skal skje bilulykker, som for eksempel at man sklir ut i en sving.

8. Referanser

Fossum, J.-C., Sandstad, M., Bergli, E., Dellnes, H. R., & Myhrehagen, H. V. (2022). *Kraft 2*. Oslo: Cappelen Damm.

Fossum, J.-C., Sandstad, M., Bergli, M., Dellnes, H. R., & Myhrehagen, H. V. (2021). *Kraft 1*. Oslo: Cappelen Damm.

Ormestad, H. (2024, november 26). *Isaac Newton*. Hentet fra snl:
https://snl.no/Isaac_Newton?gad_source=1&gclid=CjwKCAiA5Ka9BhB5EiwA1ZVtvC70Z4dEgQ-E6SRZHR7WDDqew6UVDpWE8Q41xScsyq9eecuHz2zWXRoCmxkQAvD_BwE

Statistisk sentralbyrå. (2025, februar 24). *Trafikkulykker med personskade*. Hentet fra Statistisk sentralbyrå: <https://www.ssb.no/transport-og-reiseliv/landtransport/statistikk/trafikkulykker-med-personskade>

9. Vedlegg

Program tatt fra eksempel 1.1 på side 13 og 14 i læreboken Kraft 2.
(Fossum, Sandstad, Bergli, Dellnes, & Myhrehagen, 2022)

Linje 3 vil variere ut ifra hvilken tekst man henter tallene fra.

```
import numpy as np

import matplotlib.pyplot as plt

t = np.loadtxt("sekstimeter.txt")

gjennomsnitt = np.mean(t)

avvik = (np.max(t) - np.min(t)) / 2

standardavvik = np.std(t)

relativt_avvik = avvik/gjennomsnitt * 100

relativt_standardavvik = standardavvik/gjennomsnitt * 100

print("Gjennomsnittet er", round(gjennomsnitt,4))

print("Avviket er", round(avvik,4))

print("Standardavviket er", round(standardavvik,4))

print("Relativt avvik er", round(relativt_avvik,4), "%")

print("Relativt standardavvik er", round(relativt_standardavvik,4), "%")
```

```
plt.figure(1)
```

```
plt.hist(t,25)
```

```
plt.title("Friksjon mellom is og gummi med mønster")
```

```
plt.xlabel("Friksjonstall")
```

```
plt.show()
```

